

فیزیک I

درس ششم

صحرائی

گروه فیزیک دانشگاه رازی

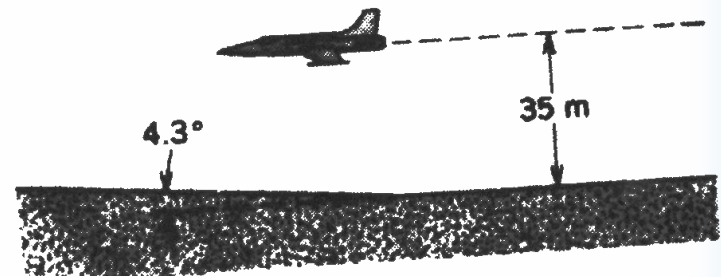
<http://www.razi.ac.ir/sahraei/>

مسائل فصل دوم

8- یک هواپیمای جت پیشرفته در یک مانور مخفی شدن از دید رادار در ارتفاع 35 m از سطح زمین پرواز می کند. ناگهان هواپیما به یک شیب رو به بالای 4.3° می رسد (که البته تشخیص این شیب کوچک چندان ساده نیست)، خلبان چه مدت فرصت دارد که قبل از برخورد با زمین خط پرواز را تصحیح کند؟ سرعت پرواز 1300km/h است.

$$\Delta x = \frac{h}{\operatorname{tg} \theta} = \frac{35}{\operatorname{tg} 4.3} =$$

$$455.5m \approx 0.465km$$



$$t = \frac{\Delta x}{v} = \frac{0.465km}{1300km/h} = 3.5 \times 10^{-4} h = 1.29s$$

12- دو قطار با سرعت 34 کیلومتر بر ساعت روی یک ریل به طرف هم حرکت می کنند. هنگامی که فاصله آنها از یکدیگر 102 کیلومتر است پرنده ای از سر یک قطار پرواز می کند تا به قطار دیگر برسد، و سپس دوباره به طرف قطار اول برگردد و این کار را تا زمان برخورد دو قطار تکرار می کند. سرعت پرواز پرنده 58 کیلومتر بر ساعت است. (الف) پیش از برخورد پرنده چند بار بین دو قطار رفت و آمد می کند؟ (ب) کل مسافتی که پرنده می پیماید چقدر است؟

$$2 v = 2 * 34 \text{ km/h} = 68 \text{ km/h}$$

$$t = L / 2v = 102 \text{ km} / 68 \text{ km/h} = 1.5 \text{ h}$$

$$x = ut = (58 \text{ km/h})(1.5 \text{ h}) = 87 \text{ km}$$

23- ذره ای طبق رابطه $x=50t + 10t^2$ در راستای محور x حرکت می کند، x بر حسب متر و t بر حسب ثانیه است (الف) سرعت متوسط ذره را در 3 ثانیه اول حرکت، (ب) سرعت لحظه ای ذره را در $t=3$ s و (ج) شتاب لحظه ای ذره را در $t=3$ s را پیدا کنید.

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = 50 + 20t \quad a(t) = \frac{dv}{dt} = 20$$

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x(3) - x(0)}{3 - 0}$$

$$\bar{v} = \frac{(50 \times 3 + 10 \times 3^2) - 0}{3} = 80 \text{ m/s}$$

$$v(3) = \frac{dx}{dt} = 50 + 20t = 50 + 60 = 110 \text{ m/s}$$

$$a = \frac{dv}{dt} = 20 \text{ ms}^{-2}$$

30- فضایی در فضای تهی با شتاب ثابت 9.8 m/s حرکت می کند. (الف) اگر از حال سکون شروع به حرکت کند چقدر طول می کشد تا سرعت آن به یک دهم سرعت نور برسد؟

$$v = \frac{c}{10}, \quad v = v_0 + at \rightarrow t = \frac{\frac{c}{10} - 0}{9.8} = A \text{ s}$$

(ب) در این مدت فضاپیما چه مسافتی را می پیماید؟

$$x = v_0 t + \frac{1}{2} at^2 = 0 + \frac{1}{2} \times 9.8 \times (A \text{ s})^2 = B \text{ m}$$

37- تیری را از کمان مستقیماً رو به بالا پرتاب می‌کنیم. تیر در بازگشت با سرعت 260 ft/s به زمین برخورد و به اندازه 9.0 in در آن فرو می‌رود (الف) شتاب (ثابت) توقف این تیر و (ب) زمان لازم برای متوقف شدن آن در زمین چقدر است؟

$$v^2 - v_0^2 = 2ax$$

$$a = \frac{v^2 - v_0^2}{2x} = \frac{-v_0^2}{2x} = \frac{-(260 \text{ ft/s})^2}{2 \times 9 \times 0.083 \text{ ft}} =$$

$$-4.5 \times 10^4 \text{ ft/s}^2$$

$$v = v_0 + at \rightarrow t = \frac{v - v_0}{a}$$

$$t = \frac{0 - 260 \text{ ft/s}}{-4.5 \times 10^4 \text{ ft/s}^2} = 5.7 \times 10^{-3} \text{ s}$$

40- اتومبیلی با شتاب ثابت، مسافت 58m بین دو نقطه را در 6.20 s می پیماید. سرعت اتومبیل در لحظه عبور از نقطه دوم 15.0 m/s است. (الف) سرعت اتومبیل در نقطه اول چقدر است؟ (ب) شتاب اتومبیل چقدر است؟ (ج) در چه فاصله ای پیش از نقطه اول، اتومبیل در حالت سکون بوده است؟

$$\Delta x = \frac{v + v_0}{2} t \rightarrow v_0 = 3.7 \text{ m/s}$$

$$v = v_0 + at \rightarrow a = 1.8 \text{ m/s}^2$$

$$\Delta x' = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = \frac{(3.7)^2 - 0}{2 \times 1.8} = 3.8 \text{ m}$$

42- طول یک آسانسور 624 ft است. بیشترین سرعت آسانسور 1000ft/min و شتاب آن 4.00ft/s^2 است. (الف) آسانسور از حالت سکون تا رسیدن به بیشترین سرعتش چه مسافتی را می پیماید؟

$$v^2 - v_0^2 = 2ah \rightarrow h = 10 \text{ m}$$

(ب) چقدر طول می کشد تا آسانسور تمام مسیر را پیماید؟ (آسانسور در انتهای مسیر باید متوقف شود).

$$y = v_0 t + \frac{1}{2} at^2 \xrightarrow{v_0=0} t = \sqrt{\frac{2y}{a}} = 17.7 \text{ s}$$

56- توپی را با سرعت اولیه 20.5 m/s از ارتفاع 58.8 m به طرف پائین پرتاب می کنیم. (الف)

سرعت توپ در لحظه برخورد با زمین جقدر است؟ (ب) چقدر طول می کشد تا توپ به زمین برسد؟ (ج) اگر توپ را از همان ارتفاع و با همان سرعت اولیه به طرف بالا پرتاب می کردیم، جواب قسمتهای (الف) و (ب) چه «ی شد؟

$$v^2 - v_0^2 = -2gh$$

$$v = \sqrt{v_0^2 - 2gh} = \sqrt{(20.5)^2 - 2 \times 9.8 \times (-58.8)} = 39.6 \text{ m/s}$$

$$v = v_0 - gt \rightarrow t = \frac{39.6 - 20.5}{9.8} = 1.95 \text{ s}$$

61- یک بازیکن بسکتبال 76cm به طرف بالا می پرد تا توپ را توی سبد بکوید. (الف) صعود 15cm بالایی مسیر چقدر طول می کشد؟

$$v^2 - v_0^2 = -2gy \rightarrow 0 - v_0^2 = -2 \times 9.8 \times (0.76)$$

$$v_0 = 3.86 \text{ m/s}$$

$$v_1 = \sqrt{v_0^2 - 2gy_1} = \sqrt{(3.86)^2 - 2(9.8)(0.76 - 0.15)} = 1.71 \text{ m/s}$$

$$\Delta y_1 = \frac{1}{2}(v_1 + v)t_1 \rightarrow t_1 = \frac{2(0.15\text{m})}{(1.71 + 0)\text{m/s}} = 0.175\text{s}$$

(ب) صعود 15cm پایینی مسیر چقدر است؟

$$\Delta y = v_0 t_2 - \frac{1}{2} g t_2^2$$

$$0.15 = (3.86 \text{ m/s}) t_2 - \frac{9.8 \text{ m/s}^2}{2} t_2^2$$

$$t_2 = 0.041 \text{ s}$$

چرا تعلیق بازیکنان در اوج پرش مشهورتر است؟

68) دو جسم از یک ارتفاع و از حالت سکون به حالت آزاد سقوط می کنند. سقوط جسم دوم زمانی شروع می شود که اولی 1.00 s از آن جلوتر است. چه مدت پس از شروع سقوط جسم اول فاصله دو جسم تریکدیگر به 10.0 m می رسد؟

$$y_1 = \frac{1}{2} g t_1^2 \quad y_2 = \frac{1}{2} g t_2^2$$

$$y_1 - y_2 = 10m \quad t_2 = t_1 - 1$$

$$y_1 - y_2 = 10 = \frac{1}{2} g (t_1^2 - t_2^2) = \frac{1}{2} g (t_1^2 - (t_1 - 1)^2)$$

$$2t_1 = 3 \rightarrow t_1 = 1.5s$$

$$t_2 = t_1 - 1 = 0.5s$$

75- شخصی که در انتهای اتاقی روبروی پنجره ای به ارتفاع 1.1 m ایستاده است مشاهده می کند که لنگه کفشی در نزدیکی سطح خارجی پنجره در راستای قائم صعود می کند و در مرز بالای پنجره از دید خارج می شود سپس برمی گردد و در مرز پایین پنجره از دید خارج می شود. اگر کل زمانی که لنگه کفش در معرض دید است 0.74 s باشد، لنگه کفش تا چه ارتفاعی از لبه بالایی پنجره بالاتر رفته است؟

$$h = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$1.1 = v_0 (0.74/2) - \frac{1}{2} 9.8 (0.74/2)^2 \rightarrow v_0 = 1.16 \text{ ms}^{-1}$$

$$v^2 - v_0^2 = -2gh' \rightarrow h' = \frac{0 - (1.16)^2}{-2 \times 9.8} = 0.068 \text{ m}$$

مسائل فصل سوم

1- دو جابه جایی، به اندازه های 3m و 4m را در نظر بگیرید. این جابه جاییها را چنان با هم ترکیب کنید که اندازه جابه جایی برآیند (الف) 7m، (ب) 1m و (ج) 5m شود.

$$c = \sqrt{a^2 + b^2 + 2ab \cos \theta}$$

$$\text{if } \theta = 0^\circ \rightarrow c = \sqrt{49} = 7m$$

$$\text{if } \theta = 180^\circ \rightarrow c = \sqrt{1} = 1m$$

$$\text{if } \theta = 90^\circ \rightarrow c = \sqrt{25} = 5m$$

2- دو بردار a و b چه خاصیتی داشته باشند تا (الف) $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$ و $a + b = c$ باشد،
(ب) $\vec{a} + \vec{b} = \vec{a} - \vec{b}$ باشد. (ج) $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$ و $a^2 + b^2 = c^2$ باشد.

الف) بردارها موازی باشند.

ب) $b=0$

ج) دو بردار بر هم عمود باشند

5- دو بردار a و b را با هم جمع می کنیم. نشان بدهید که اندازه بردار برآیند نمی تواند بزرگتر از $a+b$ یا کوچکتر از $|a-b|$ باشد.

$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$$

$$|a-b| \leq c \leq a+b$$

$$(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} + \vec{b}) = \vec{c} \cdot \vec{c}$$

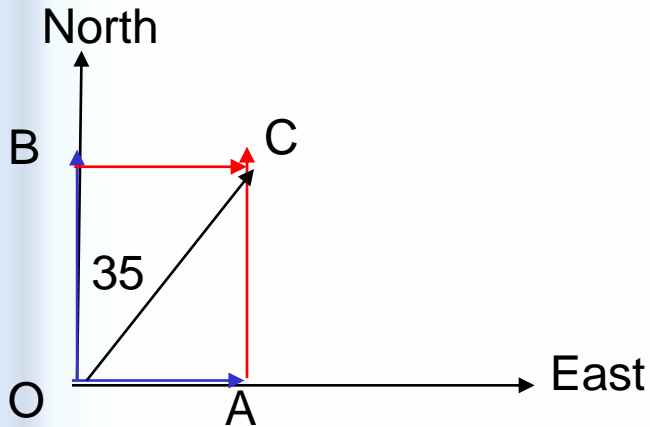
$$a^2 + b^2 + 2ab \cos \theta = c^2$$

$$-1 \leq \cos \theta \leq 1$$

$$a^2 + b^2 - 2ab \leq c^2 = a^2 + b^2 + 2ab \cos \theta \leq a^2 + b^2 + 2ab$$

$$(a-b)^2 \leq c^2 \leq (a+b)^2$$

13- شخصی می خواهد به نقطه ای برسد که در فاصله 3.42 km و در جهت 35.0° شمال شرق محل خودش واقع شده است، اما مجبور است که از راه خیابان برود. خیابانها هم یا شمالی-جنوبی اند یا شرقی-غربی، کمترین مسافتی که این شخص باید بپیماید تا به مقصد برسد چقدر است؟



$$OA = OC \cos 55^\circ = 3.42 \times 0.57 = 1.9 \text{ km}$$

$$OB = OC \sin 55^\circ = 3.42 \times 0.81 = 2.8 \text{ km}$$

$$OB + BC = 4.7 \text{ km}$$

19- دو بردار $\vec{a} = 4\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$ و $\vec{b} = -\vec{i} + \vec{j} + 4\vec{k}$ را در نظر بگیرید.
(الف) $\vec{a} + \vec{b}$ و (ب) $\vec{a} - \vec{b}$ را پیدا کنید. (ج) بردار \vec{c} را چنان تعیین کنید که $\vec{a} - \vec{b} + \vec{c} = 0$ باشد.

$$\vec{a} + \vec{b} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + 5\hat{k}$$

$$\vec{a} - \vec{b} = 5\hat{i} - 4\hat{j} - 3\hat{k}$$

$$\vec{a} - \vec{b} + \vec{c} = (5 + c_x)\hat{i} + (-4 + c_y)\hat{j} + (-3 + c_z)\hat{k} = 0$$

$$\vec{c} = -5\hat{i} + 4\hat{j} + 3\hat{k}$$

20- دو بردار $\vec{a} = 4\vec{i} - 3\vec{j}$ ، $\vec{b} = 6\vec{i} + 8\vec{j}$ را در نظر بگیرید. اندازه و جهت هر یک از بردارهای زیر را (نسبت به جهت مثبت محور x پیدا کنید).

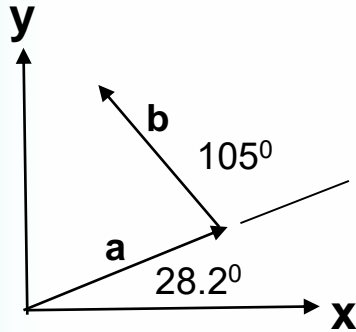
(الف) a ، (ب) b ، (ج) a+b ، (د) b-a و (ه) a-b.

$$\begin{cases} a = \sqrt{16 + 9} = 5 \\ \theta = \text{tg}^{-1}\left(\frac{-3}{4}\right) = -36.87^\circ \end{cases}$$

$$\vec{a} + \vec{b} = 10\hat{i} + 5\hat{j}$$

$$\begin{cases} a + b = \sqrt{100 + 25} = 11.18 \\ \theta = \text{tg}^{-1}\left(\frac{5}{10}\right) = 26.56^\circ \end{cases}$$

23- دو بردار a و b هر کدام به اندازه 12.7 واحدند. جهتگیری آنها طبق شکل، و مجموع برداری شان r است. (الف) مولفه های x و y بردار r ، (ب) اندازه r ، و (ج) زاویه r نسبت به جهت مثبت محور x را پیدا کنید.



$$\begin{cases} a_x = a \cos 28.2^\circ = 12.7 \cos 28.2^\circ = 11.2 \\ a_y = a \sin 28.2^\circ = 12.7 \sin 28.2^\circ = 6.0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b_x = b \cos(105 + 28.2) = -8.7 \\ b_y = b \sin(105 + 28.2) = 9.3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} r_x = a_x + b_x = 11.2 - 8.7 = 2.5 \\ r_y = a_y + b_y = 6.0 + 9.3 = 15.3 \end{cases}$$

$$\vec{r} = 2.5\vec{i} + 15.3\vec{j}$$

$$r = \sqrt{2.5^2 + 15.3^2} = 15.5$$

$$\theta = \text{tg}^{-1}(15.3/2.5) = 80.7^\circ$$

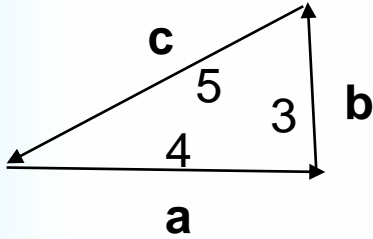
26- ثابت کنید که اگر مجموع دو بردار بر تفاضل آنها عمود باشد، طول آن دو بردار یکی است.

$$(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = 0$$

$$\vec{a} \cdot \vec{a} - \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{a} - \vec{b} \cdot \vec{b} = a^2 - b^2 = 0$$

$$\Rightarrow a = b$$

41- مجموع سه بردار صفر است، و این سه بردار یک مثلث قائم الزاویه می سازند. (الف) $\vec{a} \cdot \vec{b}$ (ب) $\vec{a} \cdot \vec{c}$ و (ج) $\vec{b} \cdot \vec{c}$ را حساب کنید.



$$\vec{a} \cdot \vec{b} = (4\hat{i}) \cdot (3\hat{j}) = 0$$

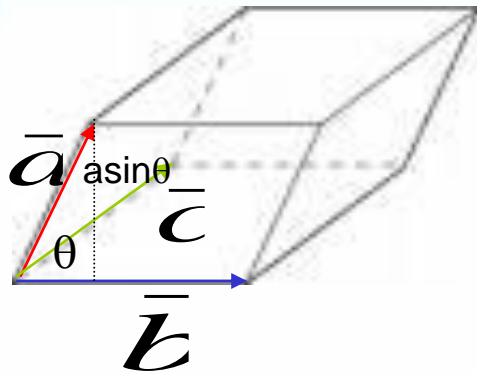
$$\vec{a} \cdot \vec{c} = 4\hat{i} \cdot (-5\cos\theta\hat{i} - 5\sin\theta\hat{j}) = -20\cos\theta$$

$$\vec{a} \cdot \vec{c} = -20\cos\theta = -20 \times \frac{4}{5} = -16$$

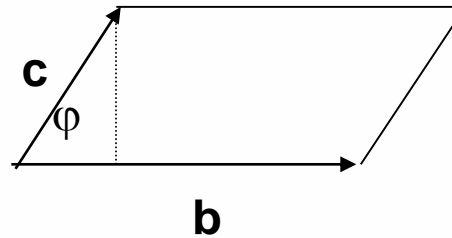
$$\vec{c} \cdot \vec{b} = (-5\cos\theta\hat{i} - 5\sin\theta\hat{j}) \cdot 3\hat{j} = -15\sin\theta$$

$$\vec{c} \cdot \vec{b} = -15 \times \frac{3}{5} = -9$$

47- نشان دهید که قدر مطلق $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})$ برابر با حجم متوازی السطوحی است که با سه بردار a و b و c ساخته می شود.



مساحت قاعده * ارتفاع = حجم



$$S = b(c \sin \varphi) = |\vec{b} \times \vec{c}|$$

$$V = a |\vec{b} \times \vec{c}| \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})$$