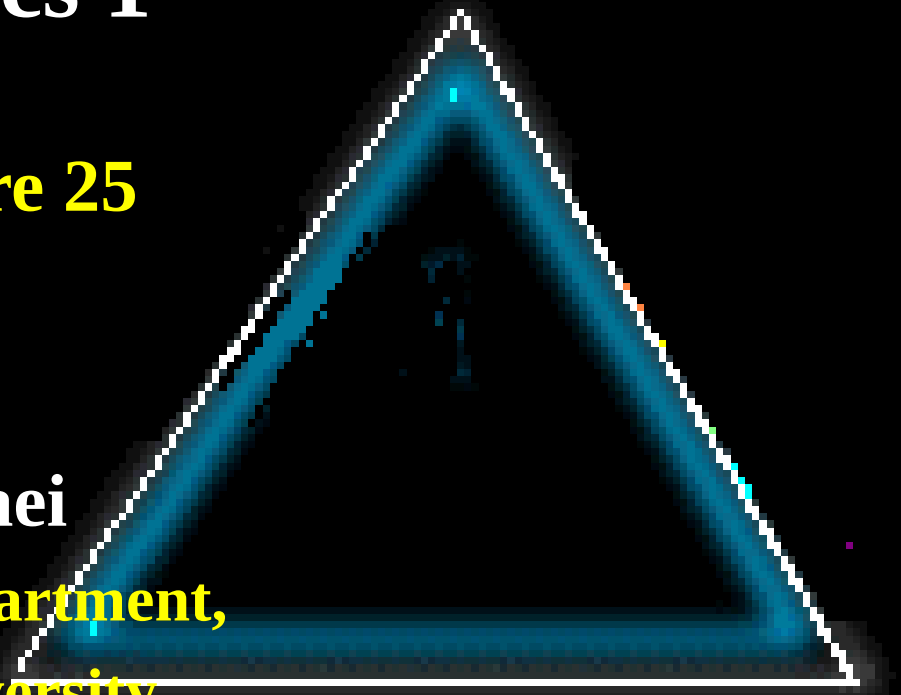
Physics 1

Lecture 25



Sahraei

Physics Department,

Razi University

http://www.razi.ac.ir/sahraei

مسائل فصل هشتم

9- توپی به جرم 112g با سرعت اولیه 8.16 m/s با زاویه 34^0 بالاتر ار سطح افق از پنجره ای پرتاب می شود. با استفاده از پایستگی انرژی (الف) انرژی جنبشی توپ در نقطه اوج مسیر را پیدا کنید . مقاومت هوا ناچیز است.

$$Ki + U_i = K_f + U_f$$

$$K_f = K_i - U_f = \frac{1}{2}mv^2{}_0 - mgh$$

$$h = \frac{v^2{}_0 \sin^2\theta}{2g} = 1m$$

(ب) سرعت آن در ارتفاع 2.87 m پایین تر از پنجره را پیدا کنید

$$K_i + U_i = K_f + U_f$$

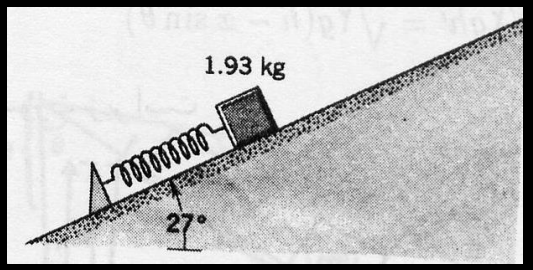
$$3.7J + 0 = K_f - 3.15J \rightarrow K_f = 6.85J$$

$$K_f = \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow 6.85 = \frac{1}{2} \times 0.122v^2 \rightarrow v$$

19- جسمی به جرم 1.93 kg روی سطح شیبدار بی اصطکاکی به زاویه شیب 27^0 به فنری تکیه دارد

فنر را که ثابت نیروی 20.8N/cm است به اندازه 18.7 cm می فشاریم و جسم را رها می کنیم. و جسم را آن

رها می کنیم. جسم حداکثر به اندازه چه مسافتی روی سطح شیبدار بالا می رود؟ مکان نهایی را نسبت به مکان جسم درست پیش از رها شدن حساب کنید.

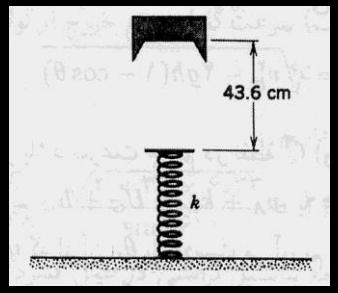


$$mgh = \frac{1}{2}kx^2$$

$$h = \frac{\frac{1}{2}kx^2}{mg}$$

$$h = d\sin 27^0 \rightarrow d$$

25- جسمی به جرم 2.14 kg از ارتفاع 43.6cm روی فنری با ثابت نیروی k=18.6 N/cm سقوط می کند. این فنر حداکثر چقدر فشرده می شود؟



$$K_i + U_i = K_f + U_f$$

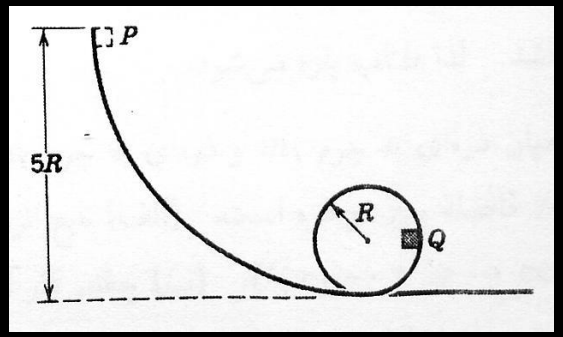
$$0 + mg(h + x) = 0 + \frac{1}{2}kx^2$$

$$\frac{1}{2}kx^2 - mg(h + x) = 0$$

$$x = \frac{mg \pm \sqrt{(mg)^2 + 2mghk}}{k}$$

$$x = 0.11m$$

27- جسمی به جرم m روی مسیر حلقوی بدون اصطکاکی می لغزد. (الف) جسم از نقطه P از حالت سکون رها می شود. نیروی خالص وارد بر آن در نقطه Q چقدر است؟(ب) جسم باید از چه ارتفاعی نسبت به پایین حلقه رها شود تا در بالای دایره در آستانه جدا شدن از مسیر باشد؟



$$K_i + U_i = K_f + U_f$$

$$0 + mg(5R) = \tfrac{1}{2} m v_Q^{\,2} + mgR$$

$$v_Q = \sqrt{8gR}$$

$$F_r = m\frac{v^2{}_Q}{R} = 8mg$$

$$mg = m\frac{v^2}{R}$$

$$F = \sqrt{F^2{}_r + (mg)^2} = \sqrt{65}mg \qquad \rightarrow v^2 = gR$$

$$K_i + U_i = K_f + U_f$$

$$0 + mgh = \tfrac{1}{2} m v^2 + 2mgR$$

$$h = \frac{5}{2} R$$

28- تارزان به وزن 180 lb به کمک پیچکی به طول 50 ft از بالای صخره ای تاب می خورد و پایین می آید. مقدار سقوط او از بالای صخره تا پایین مسیر تاب 8.5 ft است. پیچک تحمل کشش بیشتر لز 250 lb را ندارد. آیا پیچک پاره می شود؟

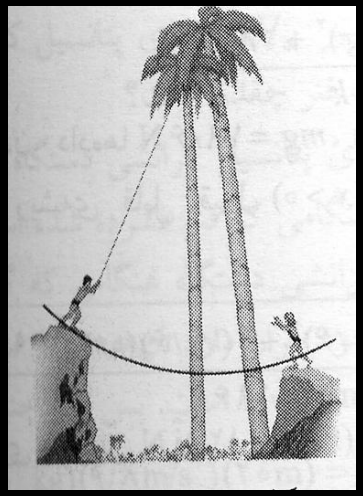
$$K_i + U_i = K_f + U_f$$

$$0 + mgh = \frac{1}{2}mv^2 + 0$$

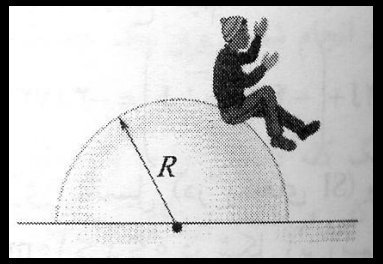
$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 32 \times 8.5} = 23.32\ ft/s$$

$$T - mg = m\frac{v^2}{R}$$

$$T = mg + m\frac{v^2}{R} = mg + m\frac{2gh}{R}$$

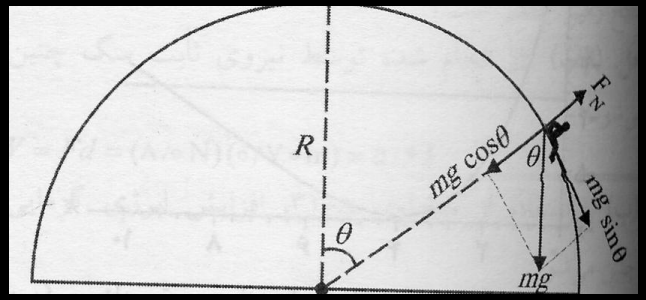


36- کودکی در بالای قطعه یخی به شکل نیمکره نشسته است. در اثر ضربه بسیار کوچکی که به او زده می شود شروع به لغزیدن می کند. نشان دهید که اگر یخ بدون اصطکاک باشد کودک در ارتفاع 2R/3 از یخ جدا می شود.(هنگام جدا شدن از یخ نیروی عمودی سطح صفر می شود).



$$mg\cos\theta - F_N = m\frac{v^2}{R}$$

$$F_N = 0 \rightarrow v^2 = Rg\cos\theta$$



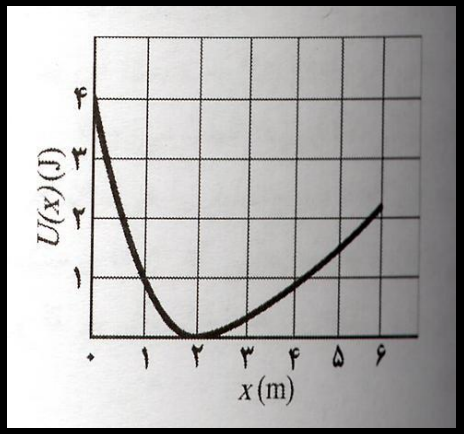
$$K_i + U_i = K_f + U_f$$

$$0 + mgR = \frac{1}{2}mv^2 + mgh$$

$$\cos\theta = \frac{h}{R} \qquad h = \frac{2R}{3}$$

39- ذره ای در راستای محور x حرکت می کند. انرژی پتانسیل U(x) در ناحیه ای که ذره در آن حرکت می کند به صورت زیر است. (الف) نمودار نیروی F(x) وارد بر ذره را به طور کمی با همان مقیاس رسم کنید. (ب) انرژی مکانیکی (ثابت) ذره E برابر با 4 J است. نمودار انرژی جنبشی ذره K(x) را مستقیما روی همان نمودار رسم کنید.

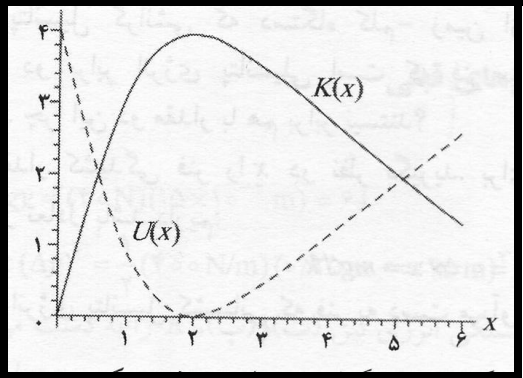
$$\begin{cases} x = 0 \rightarrow slop \ \ -4J/m \\ x = 2m \rightarrow slop = 0 \\ x = 2m \text{ til } \ x = 6m \rightarrow slop = 0.5J/m \end{cases}$$

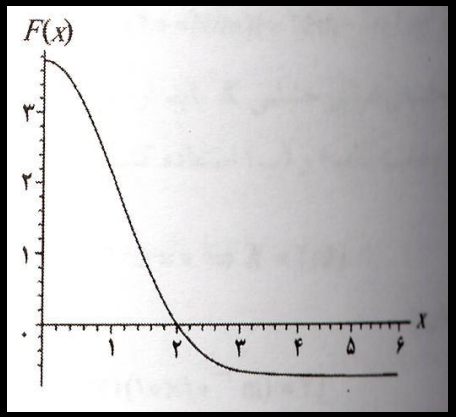


$$F(x) = -dU/dx$$

$$K(x) + U(x) = 4J$$

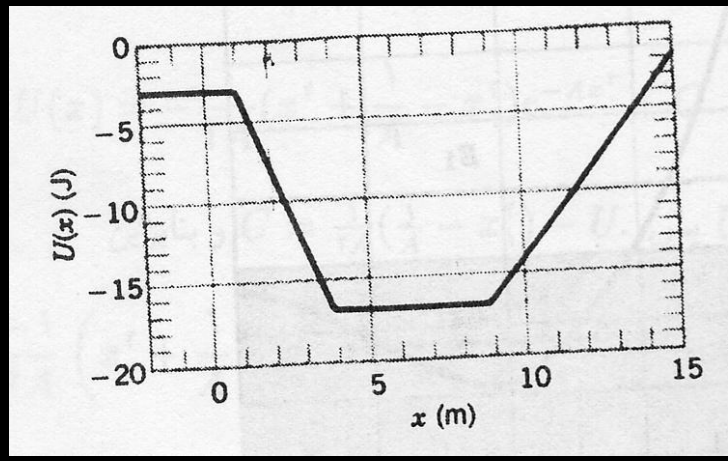
$$K(x) = 4 - U(x)$$





40- ذره ای به جرم 2 کیلوگرم در راستای محور x حرکت می کند. انرژی پتانسیل U(x) در ناحیه ای که ذره در آن حرکت می کند به صورت شکل زیر است. در x=2m سرعت ذره -2m/s است. (الف) نیروی وارد بر ذره در این نقطه چقدر است؟

$$F = -\frac{dU}{dx} = -\frac{-17-(-3)}{4-1} = 4.7N$$



(ب) ذره در چه محدوده ای از x حرکت می کند .

$$-2 \le x \le 15$$

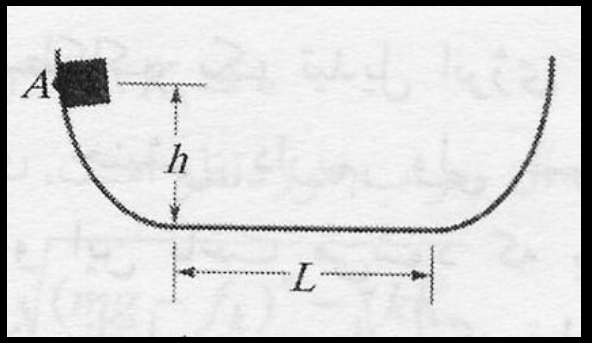
(ج) سرعت ذره در x=7m چقدر است؟

$$4 < x < 9 \rightarrow U(x) = -17J \qquad F(x) = 0$$

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + U = \frac{1}{2}(2kg)(-2m/s)^2 - 7J = -3J$$

$$v = \sqrt{\frac{2}{m}(E-U)} = \sqrt{\frac{2}{2}(-3+17)} = 3.7m/s$$

56- جسم کوچکی به جرم m=234g در میسری که در شکل نشان داده شده است می لغزد، دو انتهای مسیر به طرف بالا شیب دارند و بخش میانی آن تخت است. طول بخش میانی L=40 cm است. بخش های خمیده مسیر بدون اصطکاک اند. جسم هنگام گذشتن از بخش تخت مسیر دارای با ضریب اصطکاک جنبشی 0.2 از دست می دهد. اگر این جسم از نقطه Aبه ارتفاع h=L/2 نسبت به قسمت تخت مسیر رها شود سرانجام در چه نقطه ای متوقف می شود؟



$$U_i + K_i = U_f + K_f$$

$$mgh + 0 = 0 + 0$$

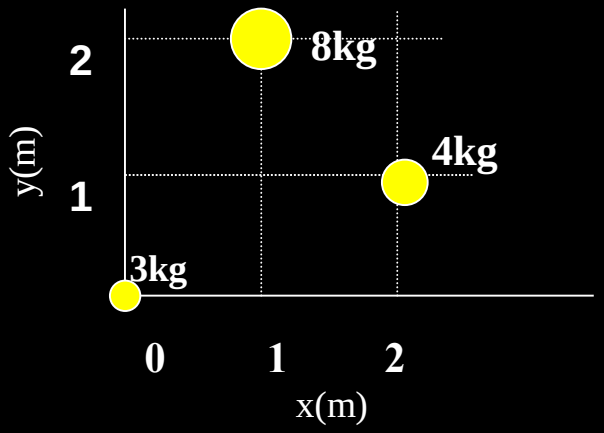
$$\Delta K + \Delta U = -f_k d = -\mu_k mgd$$

$$-mgh = -\mu_k mgd$$

$$d = \frac{h}{\mu_k} = \frac{L}{0.4} = 2.5L$$

مسائل فصل نهم

2- مرکز جرم سه ذره نشان داده شده در شکل کجاست؟



$$x_{cm} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$= \frac{0 + (8kg)(1m) + (4kg)(2m)}{15} = 1.1m$$

$$y_{cm} = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + m_3 y_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$= \frac{0 + (8kg)(2m) + (4kg)(1m)}{15kg} = 1.3m$$

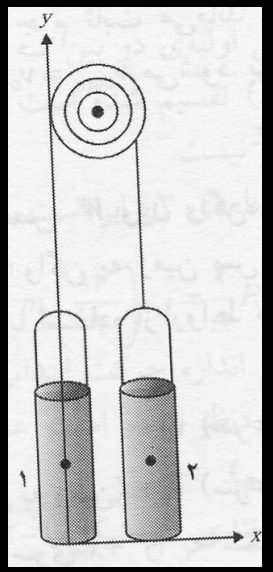
11- دو جسم که هر کدام از مجموعه ای از وزنه ها تشکیل شده اند به وسیله نخ سبک وزنی به هم متصل شده اند. این نخ از روی یک قرقره سبک وزن بدون اصطکاک به قطر 56mm می گذرد. هر دو جسم در یک ترازو قرار دارند. جرم هر یک از دو جسم در آغاز 850 g است. (الف) موقعیت مرکز جرم آنها را معین کنید.

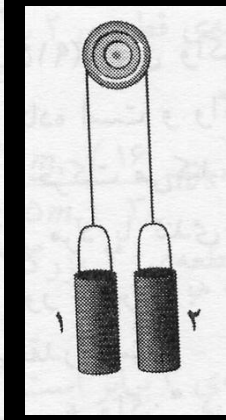
$$x_{cm} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$$

$$= \frac{(850g)\times 0 + (850g)\times 56mm}{850 + 850} = 28mm$$

$$y_{cm} = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2}{m_1 + m_2}$$

$$= \frac{(850g)l + (850g)l}{850g + 850g} = l\ mm$$





(ب) سی و چهار گرم از یک جسم را به دیگری منتقل می کنیم ولی اجسام حرکت نمی کنند، مرکز جسم سیستم کجاست؟

$$x_{cm} = \frac{(816g)\times 0 + (884g)\times 56mm}{816+884} = 29.1mm$$

$$y_{cm} = \frac{(816g)l + (884g)l}{(816+884)g} = l\ mm$$

(ج) اکنون دو جسم را رها می کنیم حرکت مرکز جرم سیستم را توصیف کنید و شتاب آن را به دست آورید.

$$y_{cm} = \frac{816(l+h) + 884(l-h)}{816+884} =$$

$$T - m_1 g = m_1 a$$

$$m_2 g - T = m_2 a$$

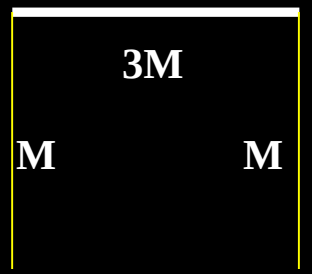
$$a = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} g$$

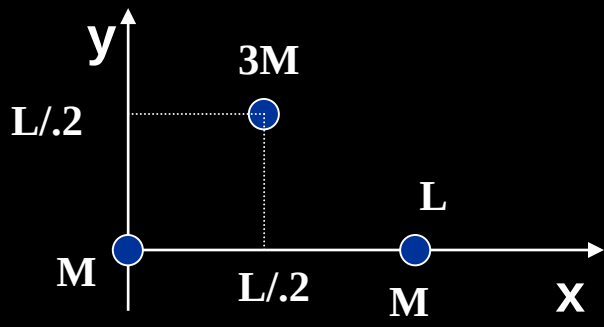
$$a_{cm} = \frac{m_1 a_1 + m_2 a_2}{m_1 + m_2} = \frac{m_1 a + m_2 (-a)}{m_1 + m_2} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} a$$

$$a_{cm} = -\frac{g(m_2 - m_1)^2}{(m_1 + m_2)^2}$$

17- با سه میله نازک هر یک به طول L یک سه صلعی ساخته ایم جرم هر یک از دو میله متقابل M و جرم میله سوم برابر با 3M است. مرکز جرم این مجموعه در کجا واقع شده است؟

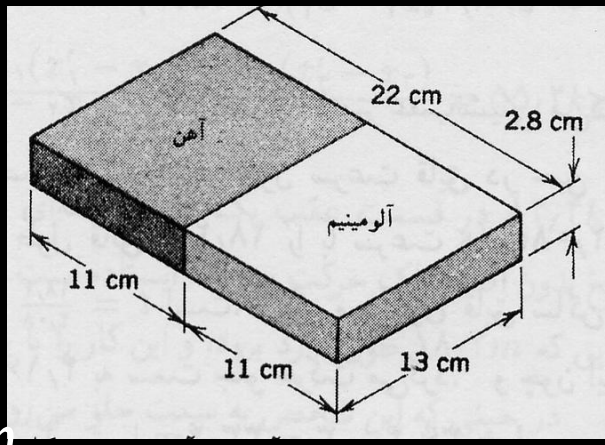
$$x_{cm} = \frac{M \times 0 + 3M \times L/2 + ML}{5M} = L/2$$





$$y_{cm} = \frac{M \times 0 + 3M \times L/2 + M \times 0}{5M} = 3L/10$$

18- تیغه مرکبی به ابعاد $22cm \times 13cm \times 2.8cm$ را نشان می دهد. نصف تیغه از آلومینیم با چگالی $27g/cm^3$ ساخته شده است و نصف دیگر از آهن با چگالی $7.85g/cm^3$ مرکز جرم تیغه کجاست؟



$$x_{cm} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2} = \frac{\rho_1 v_1 x_1 + \rho_2 v_2 x_2}{\rho_1 v_1 + \rho_2 v_2}$$

$$= \frac{\rho_1 x_1 + \rho_2 x_2}{\rho_1 + \rho_2} = \frac{7.85 \times 13/2 + 2.7 \times 13/2}{7.85 + 2.7} = 6.5cm$$

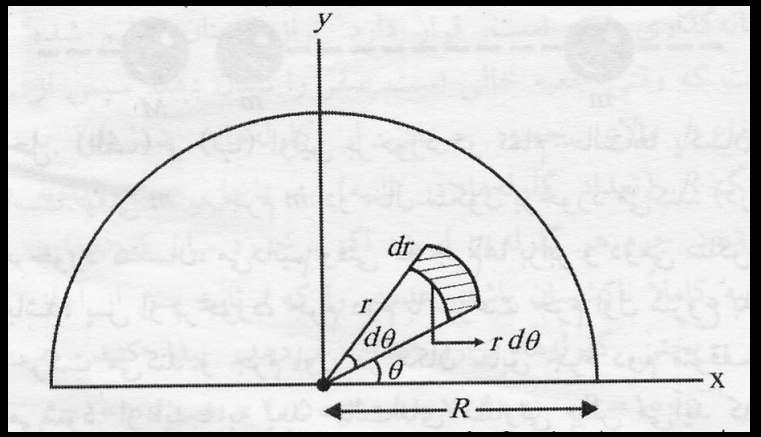
$$y_{cm} = \frac{\rho_1 y_1 + \rho_2 y_2}{\rho_1 + \rho_2} = \frac{7.85 \times 5.5 + 2.7 \times 16.5}{7.85 + 2.7}$$

$$z_{cm} = \frac{\rho_1 z_1 + \rho_2 z_2}{\rho_1 + \rho_2} = 1.4cm$$

21- مرکز جرم یک ورق نیمدایره ای همگن را تعیین کنید. شعاع دایره را R بگیرید.

$$y_{cm} = \frac{\int y dm}{\int dm}$$

$$\sigma = \frac{dm}{dA}$$

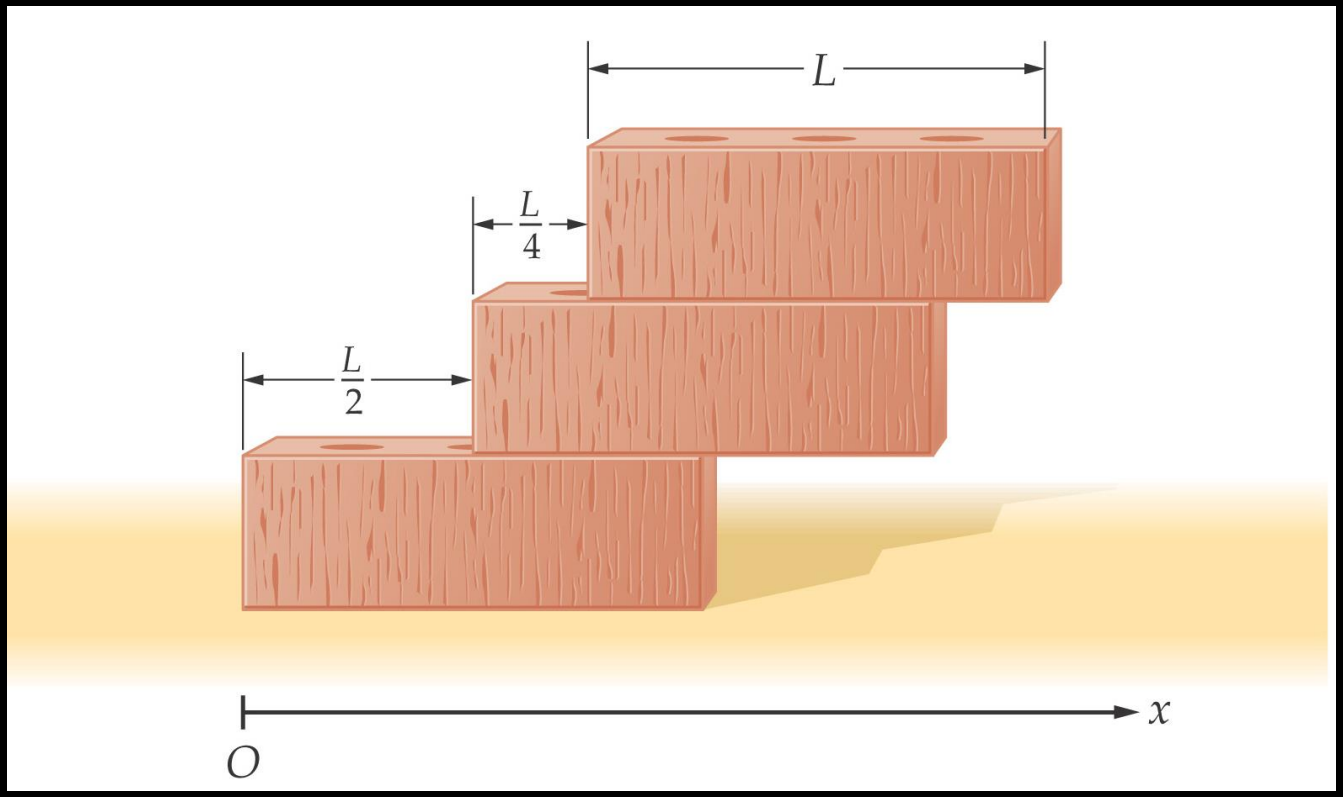


$$dm = \sigma dA = (M / A)(r d\theta) dr$$

$$A = \frac{\pi R^2}{2}$$

$$y = r \sin\theta$$

$$y_{cm} = \frac{(M / A)\int_0^{\pi} \sin\theta d\theta \int_0^{R} r^2 dr}{M} = \frac{4R}{3\pi}$$



$$X_{CM} = \frac{m\frac{L}{2} + mL + m\left(L + \frac{L}{4}\right)}{3m} = \frac{11}{12}L$$

22- یک اتومبیل فولکس واگن 816 کیلوگرمی به چه سرعتی حرکت کند تا (الف) تکانه آن بربر تکانه اتومبیل کادیلاک 2650 کیلوگرمی که با سرعت 16km/h حرکت می کند باشد، و (ب) انرژی جنبشی آن با انرژی همین کادیلاک برابر باشد؟ (ج) همین محاسبات را به جای کادیلاک برای یک کامیون 9080 کیلوگرمی انجام دهید.

$$P = m_1 v_1 = m_2 v_2 \rightarrow 816 v_1 = 2650 \times 16 \rightarrow v_1$$

$$\frac{1}{2}(816kg)v^2{}_1 = \frac{1}{2}(2650kg)(16km/h)^2 \rightarrow v_1$$

23- یک وانت 2000 کیلوگرمی که با سرعت 40km/h به سمت شمال در حرکت است به طرف شرق می پیچد و سرعتش به 50km/h می رسد. (الف) تغییر انرژی جنبشی وانت چقدر است؟

$$\Delta K = \frac{1}{2} m(v^2{}_f - v^2{}_i) =$$

(ب) مقدار و جهت تغییر تکانه وانت را پیدا کنید.

$$\vec{P}_1 = mv_1\hat{i} = (2000kg)(40 \times \frac{1000m}{3600s}\hat{i}$$

$$\vec{P}_2 = mv_2\hat{j}$$

$$\begin{cases} \Delta P = \sqrt{p^2{}_1 + p^2{}_2} \\ \varphi = \tan^{-1}\dfrac{p_1}{p_2} \end{cases}$$

34- فضاپیمایی با سرعت 3860m/s نسبت به زمین در حرکت است. موتور موشکی آن که سوختش تمام شده است از سفینه فرمان جدا می شود و با سرعت 125km/h نسبت به سفینه به عقب رانده می شود. جرم موتور چهار برابر جرم سفینه است. سرعت سفینه فرمان پس از جدا شدن موتور چقدر است؟

$$Mv_{cm} = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

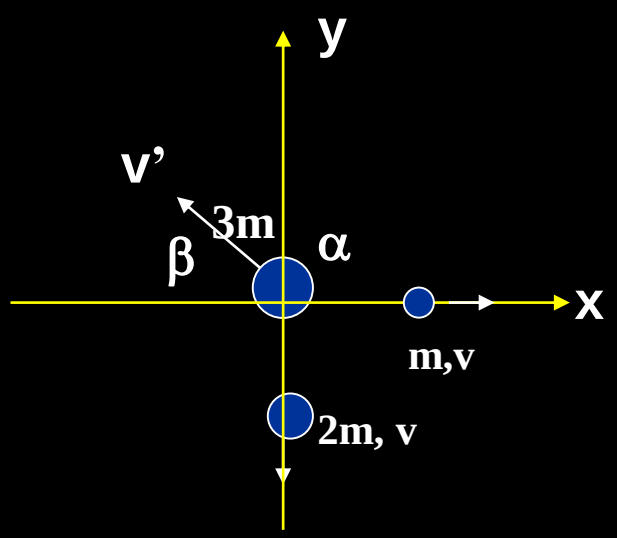
$$v_1 = \frac{Mv_{cm} - m_2 v_2}{m_1} = \frac{5m_1 v_{cm} - 4m_1 v_2}{m_1} = 5v_{cm} - 4v_2$$

$$v_2 = v' + v_1$$

$$v_1 = 5v_{cm} - 4(-125km/h + v_1) \rightarrow v_1$$

36- مخزنی در حال سکون منفجر و به سه پاره تقسیم می شود. دو پاره آن که جرم یکی دو برابر دیگری است عمود بر هم و با سرعت یکسان 31.4m/s به پرواز در می آیند. جرم پاره سوم سه برابر پاره سبکتر است. بزرگی و جهت سرعت پاره سوم را بلافاصله پس از انفجار پیدا کنید.(جهت این پاره را با تعیین زاویه امتداد حرکت آن با امتداد حرکت سبکترین پاره مشخص کنید.)

$$mv + 2mv + 3mv' = 0$$



$$mv = 3mv'\cos\beta$$

$$2mv = 3mv'\sin\beta$$

$$\tan\beta = 2 \rightarrow \beta = \tan^{-1} 2 = 63.4^0$$

$$v' = \frac{mv}{3m\cos\beta} = \frac{31.4m/s}{3\cos 63.4} = 23.4m/s$$

$$\alpha = 180 - 63.4 = 116.6^0$$

40- جسمی به جرم 8.0 kg که تحت تاثیر هیچ نیروی خارجی نیست با سرعت 2m/s حرکت می کند. در یک زمان معین یک انفجار داخلی روی می دهد و جسم به دو پاره تقسیم می شود. جرم هر یک از دو پاره 4kg است ، و بر اثر انفجار به این سیستم دو پاره ای 16 ژول انرژی جنبشی انتقالی داده می شود. هیچ یک از دو پاره از خط اولیه حرکت خارج نمی شود. سرعت و جهت حرکت هر یاره را تعیین کنید.

$$mv_0 = m_1v_1 + m_2v_2$$

$$(8kg)(2m/s) = (4kg)v_1 + (4kg)v_2$$

$$v_1 + v_2 = 4, \quad v_0 = 2m/s, \quad \Delta K = 16J$$

$$\Delta K = \left(\frac{1}{2}m_1{v_1}^2 + \frac{1}{2}m_2{v_2}^2\right) - \frac{1}{2}m{v_0}^2 = 16$$

$$= \left(\frac{1}{2}(4){v_1}^2 + \frac{1}{2}(4){v_2}^2\right) - \frac{1}{2}(8)(2)^2 = 16$$

$${v_2}^2 = 16 - {v_1}^2 \quad (4 - v_1)^2 = 16 - {v_1}^2 \rightarrow 2{v_1}^2 - 8v_1 = 0$$

$$v_1 = 0 \quad \text{or} \quad v_1 = 4m/s$$

مسائل فصل دهم

6- یک اتومبیل 1420 کیلوگرمی با سرعت 5.28m/s به طرف شمال در حرکت است. این اتومبیل یک گردش به راست 90^0 را در 4.6 ثانیه انجام می دهد. پس از آن اتومبیل به یک درخت برخورد می کند و در مدت 350 ms متوقف می شود. ضربه وارد بر اتومبیل در هر یک از حالتهای زیر چقدر است؟ (الف) در طی گردش به راست و (ب) در طی برخورد.

$$\vec{J} = \vec{p}_f - \vec{p}_i = m\vec{v}_f - m\vec{v}_i$$

$$\vec{J} = (1420 \times 5.28)\hat{i} - (1420 \times 5.28)\,\hat{j}$$

$$= 7497.6(\hat{i} - \hat{j})kgm/s$$

$$\vec{J} = \vec{p}_f - \vec{p}_i = (0 - 7497.7kgm/s)\hat{i}$$

نیروی متوسط وارد بر اتومبیل در دو حالت زیر چقدر است؟

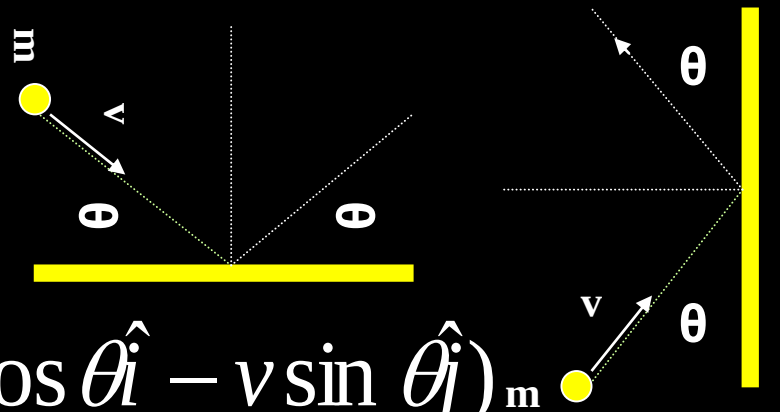
(ج) در طی گردش به راست و (د) در طی برخورد.

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{\vec{J}}{dt}$$

$$\vec{F} = \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{7497.6(\hat{i} - \hat{j})}{4.6s} = 1629.92N(\hat{i} - \hat{j}) \rightarrow F = 2305N$$

9- یک توپ 325 گرمی با سرعت v=6.22m/s تحت زاویه $\theta = 33^0$ به دیواری برخورد می کند و تحت همان زاویه و با همان سرعت از دیوار باز می جهد. توپ به مدت 10.4ms با دیوار در تماس بوده است.
(الف) چه ضربه ای به توپ وارد می شود؟

$$\vec{J} = \vec{p}_f - \vec{p}_i = m\vec{v}_f - m\vec{v}_i$$



$$\vec{J} = m(v\cos\theta\hat{i} + v\sin\theta\hat{j}) - m(v\cos\theta\hat{i} - v\sin\theta\hat{j})$$

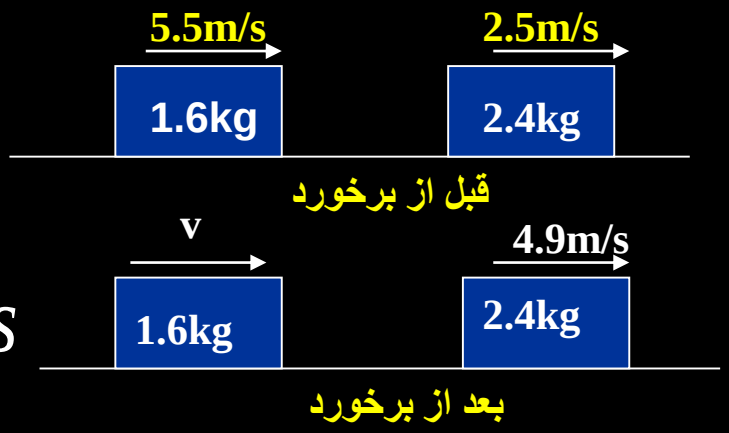
$$\vec{J} = 2mv\sin\theta\hat{j}$$

(ب) نیروی متوسطی که توپ به دیوار وارد می کند چقدر است؟

$$\vec{F} = \frac{\vec{J}}{\Delta t}$$

21- قالبهای نشان داده شده در شکل زیر بدون اصطکاک می لغزند.(الف) سرعت قالب1.6 کیلوگرمی پس از برخورد چقدر است؟

$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f}$$



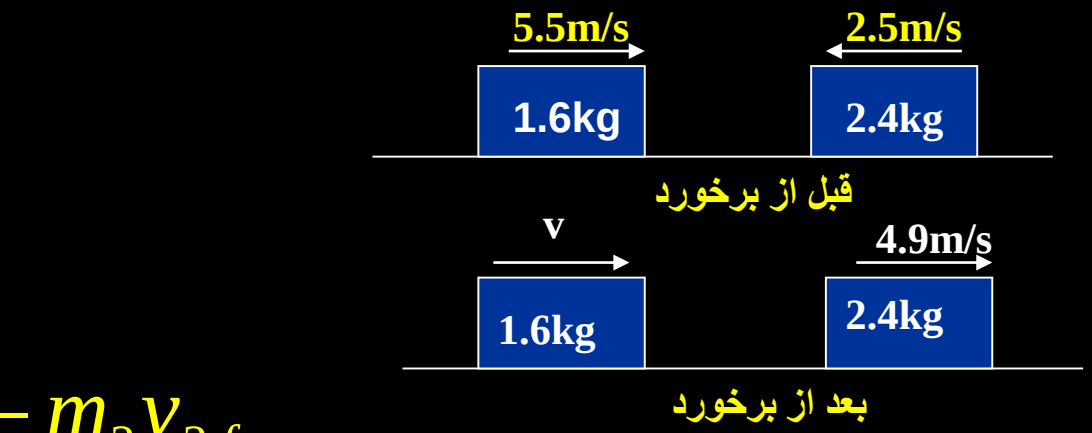
$$v_{1f} = \frac{m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} - m_2 v_{2f}}{m_1} = 1.9 m/s$$

آیا این برخورد کشسان است؟

$$K_i = \frac{1}{2} m_1 v_{1i}^{\ 2} + \frac{1}{2} m_2 v_{2i}^{\ 2} = 31.7 J$$

$$K_f = \frac{1}{2} m_1 v_{1f}^{\ 2} + \frac{1}{2} m_2 v_{2f}^{\ 2} = 31.7 J$$

22- فرض کنید جهت سرعت اولیه قالب 2.4 کیلوگرمی بر عکس شود و این قالب مستقیما به سوی قالب 1.6 کیلوگرمی حرکت کند. (الف) سرعت قالب 1.6 کیلوگرمی پس از برخورد چقدر است؟ (ب) آیا این برخورد یک برخورد کشسان است؟



$$v_{1f} = \frac{m_1 v_{1i} - m_2 v_{2i} - m_2 v_{2f}}{m_1} = -5.6 m/s$$

$$v_{1f} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_{1i} + \left(\frac{2m_2}{m_1 + m_2} \right) v_{2i} = -4.1 m/s$$

25- گلوله ای به جرم 4.54g در راستای افقی به سوی یک قالب چوبی به جرم 2.41kg که روی سطحی افقی به حال سکون قرار دارد شلیک می شود. ضریب اصطکاک جنبشی میان قالب و سطح برابر با 0.21 است. گلوله در داخل قالب چوبی که مسافت 1.83m را روی سطح طی می کند متوقف می شود. (الف) سرعت قالب چوبی درست در لحظه ای که گلوله در داخل آن متوقف می شود چقدر است؟

$$\Delta K + \Delta U = W_f \rightarrow (K_2 - K_1) + (U_2 - U_1) = W_f$$

$$K_1 = \frac{1}{2}(M+m)v^2$$

$$f_k = \mu_k N = \mu_k (M+m)g$$

$$W_f = -\mu_k (M+m)g$$

$$v = \sqrt{2\mu_K g d}$$

(ب) سرعت اولیه گلوله چقدر است؟

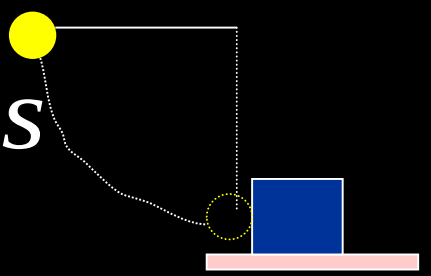
$$mv_1 = (M+m)v \rightarrow v_1$$

32- گلوله ای فولادی به جرم 0.514 کیلوگرم از یک سر ریسمانی به طول 68.7 سانتی متر آویزان شده است. ریسمان را از حالت کشیده افقی رها می کنیم. در پایین ترین قسمت مسیر این گلوله با یک قالب فولادی به جرم 2.63 کیلوگرم که روی سطح بدون اصطکاکی ساکن است برخورد می کند. برخورد کشسان است. کمیتهای زیر را تعیین کنید: (الف) سرعت گلوله درست پس از برخورد، (ب) سرعت قالب فولادی درست پس از برخورد، (ج) اکنون فرض کنید که در ضمن برخورد نیمی از انرژی جنبشی مکانیکی به انرژی داخلی و انرژی صوتی تبدیل شود. در این صورت سرعتهای نهایی را به دست آورید.

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

$$0 + mgh = \frac{1}{2}mv^2 + 0$$

$$v = \sqrt{2gh} = 3.6 m/s$$



$$v_{1f} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_{1i} + \left(\frac{2m_2}{m_1 + m_2} \right) \cancel{v_{2i}} = -$$

$$v_{2f} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_{1i} + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \cancel{v_{2i}}$$

37- یک واگن باری 31.8 تنی که با سرعت 5.20ft/s در حرکت است با یک واگن باری 24.2تنی که با سرعت 2.90 ft/s در همان جهت در حرکت برخورد می کند. (الف) اگر واگن ها پس از برخورد به همدیگر ملحق شوند، سرعت مجموعه پس از برخورد چقدر است و چه مقدار انرژی جنبشی در این برخورد به هدر می رود؟

$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = (m_1 + m_2) v_f$$

$$v_f = \frac{m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i}}{m_1 + m_2} = \frac{31.8 \times 5.2 + 24.2 \times 2.9}{31.8 + 24.2} = 4.2\, ft/s$$

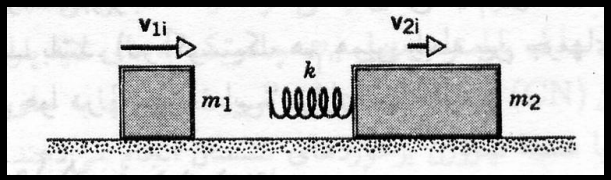
$$\Delta K = K_f - K_i = \frac{1}{2}(m_1 + m_2) v_f^{\,2} - \left(\frac{1}{2} m_1 v_{1i}^{\,2} + \frac{1}{2} m_2 v_{2i}^{\,2}\right)$$

(ب) اگر برخورد واگن ها کشسان می بود (اگرچه بسیار نا محتمل است)، سرعت هر واگن پس از برخورد چقدر می شد؟

$$\begin{cases} v_{if} = \dfrac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_{1i} + \dfrac{2m_2}{m_1 + m_2} v_{2i} \\ v_{2f} = \dfrac{2m_1}{m_1 + m_2} v_{1i} + \dfrac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} v_{2i} \end{cases}$$

41- قالبی به جرم $m_1=1.88kg$ روی میز بدون اصطکاکی با سرعت $10.3m/s$ حرکت می کند. دقیقا در جلو این قالب، قالب دیگری به جرم $m_2=4.92kg$ در همان جهت با سرعت $3.27m/s$ در حرکت است. فنر بدون جرمی با ثابت نیروی $k=11.2N/cm$ به قسمت عقب قالب m_2 وصل شده است. وقتی دو قالب با هم برخورد می کنند، حداکثر فشردگی فنر چقدر است؟ راهنمایی: در لحظه حداکثر فشردگی فنر دو قالب به صورت جسم واحدی حرکت می کنند، با توجه به اینکه در این نقطه برخورد کاملا ناکشسان است سرعت را محاسبه کنید.)

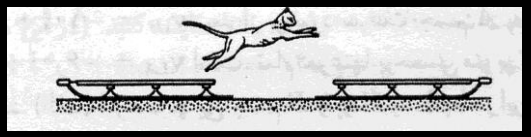
$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = (m_1 + m_2) v_f$$



$$\frac{1}{2} m_1 v_{1i}^{\ 2} + \frac{1}{2} m_2 v_{2i}^{\ 2} = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_f^{\ 2} + \frac{1}{2} k x^2$$

v_f from equation1 $\rightarrow$ into the equation $2 \rightarrow$ x

42- دو سورتمه، که جرم هر کدام 22.7 کیلوگرم است در فاصله کمی پشت سر هم روی سطح یخ زده بدون اصطکاکی قرار دارند. گربه ای به جرم 3.63 کیلوگرم که روی یکی از دو سورتمه ایستاده است روی سورتمه دیگر می پرد و بلافاصله با پرش دیگری به سورتمه اول باز می گردد. هر دو پرش با سرعت 3.05m/s نسبت به سورتمه ای که پرش از آن صورت می گیرد انجام می شود. سرعت نهایی هر یک از دو سورتمه را پیدا کنید.



$$1)\ 0 = mv_{1i} + Mv_{2i} \rightarrow v_{2i} = -\frac{mv_{1i}}{M} = -0.48m/s$$

$$2)\ mv_{1i} = (m+M)v_f \rightarrow v_f = \frac{mv_{1i}}{m+M} = 0.42m/s$$

$$3)\ (m+M)v_f = Mv_{1f} - mv_{1i}$$

$$v_{1f} = \frac{(m+M)v_f + mv_{1i}}{M} = \frac{(26.33)(0.42)+(3.63)(3.5)}{22.7} = 0.975m/s$$

4) $mv_{1i} + Mv_{2i} = (m + M)v_{2f}$

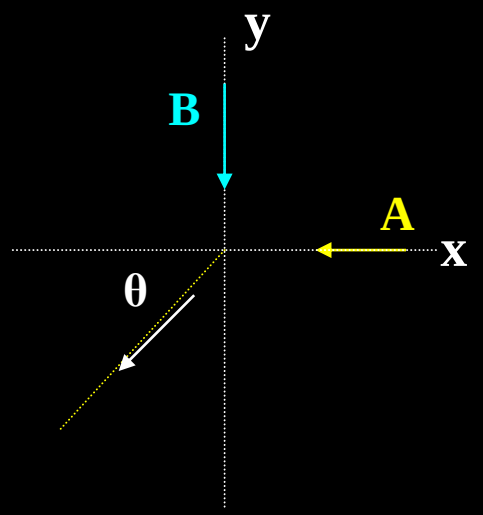
$$v_{2f} = \frac{mv_{1i} + Mv_{2i}}{m + M} = \frac{-(3.63)(3.05) - (22.7)(0.488)}{3.63 + 22.7} = -0.44 m/s$$

46- دو خودرو A به وزن 2720 پوند و B به وزن 3640 پوند که به ترتیب به سمت غرب و جنوب در حرکت اند در یک تقاطع با هم تصادف می کنند و در هم قفل می شوند. قبل از برخورد سرعت خودرو A 38.5mi/h و سرعت خودرو B 58mi/h است. بلافاصله پس از برخورد، خودروهای در هم قفل شده با چه سرعتی و در کدام جهت حرکت می کنند؟

$$m_A v_A + m_B v_B = (m_A + m_B) v_f$$

$$-m_A v_A = -(m_A + m_B) v_f \cos\theta$$

$$-m_B v_B = -(m_A + m_B) v_f \sin\theta$$



$$\tan\theta = \frac{m_B v_B}{m_A v_A} \Rightarrow \theta = \tan^{-1}\left(\frac{m_B v_B}{m_A v_A}\right)$$

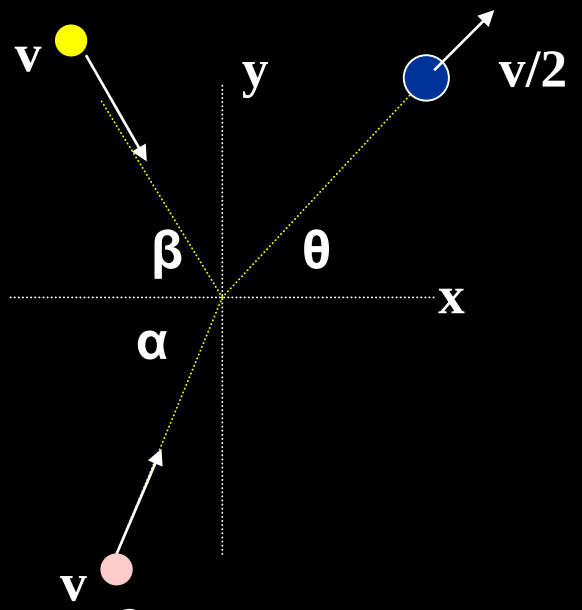
$$v_f = \frac{m_A v_A}{(m_A + m_B)\cos\theta}$$

50- دو جسم با جرمهای یکسان که سرعتهای اولیه شان هم یکی است در یک برخورد کاملا ناکشسان به هم می چسبند و با سرعت مشترکی که برابر با نصف سرعت اولیه هر یک از آنهاست حرکت می کنندو زاویه میان سرعتهای اولیه دو جسم چقدر بوده است؟

$$mv\cos\beta + mv\cos\alpha = 2m(v/2)\cos\theta$$

$$mv\sin\alpha - mv\sin\beta = 2m(v/2)\sin\theta$$

$$\begin{cases}\cos\beta + \cos\alpha = \cos\theta \\ \sin\alpha - \sin\beta = \sin\theta\end{cases}$$



$$\cos^2\beta + \cos^2\alpha + 2\cos\alpha\cos\beta + \sin^2\alpha + \sin^2\beta - 2\sin\alpha\sin\beta$$

$$= \cos^2\theta + \sin^2\theta$$

$$2 + 2\cos(\alpha+\beta) = 1$$

$$\cos(\alpha+\beta) = -\frac{1}{2}$$

$$\alpha + \beta = 120^0$$

مسائل فصل یازدهم

5- سرعت زاویه ای عقربه های (الف)ثانیه شمار، (ب) دقیقه شمار و (ج) ساعت شمار یک ساعت چقدر است؟

$$a)\ \omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{2\pi\ rad}{60s} = 0.105 rad/s$$

$$b)\ \omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{2\pi\ rad}{3600s} = 0.00175 rad/s = 1.75\times10^{-3}\ rad/$$

$$c)\ \omega = \frac{2\pi\ \text{rad}}{12\times60\times60s} = 1.45\times10^{-4}\ rad/s$$

6- یک بازیکن خوب بیسبال می تواند توپ را با سرعت 85mi/h و چرخش 1800rev/min پرتاب کند. این توپ در طی یک مسیر مستقیم 60 فوتی چند دور می چرخد؟

$$v = 85(\text{min}/\ h)(\frac{5280\ ft/\text{min}}{60\ \text{min}/\ h} = 7480\ ft/\text{min}$$

$$t = \frac{\Delta x}{v} = \frac{60\ ft}{7480\ ft/\text{min}} = 0.0082\ \text{min}$$

$$\theta = \omega t = (1800 rev/\text{min})(\ 0.00802\ \text{min})\ = 14.4 rev$$

12- صفحه گردان گرامافونی که با سرعت زاویه ای 78rev/min می چرخد، پس از خاموش شدن موتور، کند می شود و سرانجام پس از 32s می ایستد. (الف) شتاب زاویه ای(یکنواخت) صفحه را بر حسب rev/min^2 حساب کنید.

$$\omega = \omega_0 + \alpha t \rightarrow \alpha = \frac{\omega - \omega_0}{t} = \frac{-78 rev/\min}{32/60 \min}$$

(ب) این صفحه از زمان خاموش موتور تا توقف کامل چند دور می چرخد؟

$$\theta = \frac{\omega + \omega_0}{2} t = \frac{78 rev/\min}{2} \times \frac{32}{60} \min = 20.8 rev$$

19- چرخ لنگری که با سرعت زاویه ای 1.44rad/s در چرخش است جمعا 42.3 دور می زند تا متوقف شود. (الف) با فرض اینکه شتاب این حرکت یکنواخت باشد، چقدر طول می کشد تا این چرخ به حالت سکون در بیاید؟

$$\theta = \frac{\omega + \omega_0}{2} t \rightarrow t = \frac{2\theta}{\omega + \omega_0} = \frac{2 \times 42.3 rev}{0 + 1.44} = \frac{42.3 \times 2\pi\ rad}{1.44 rad / s}$$

(ب) شتاب زاویه ای این حرکت چقدر است؟

$$\alpha = \frac{\omega^2 - \omega_0{}^2}{2\theta} = \frac{0 - (1.44 rad / s)^2}{2 \times 42.3 \times 2\pi\ rad} = -$$

(ج) زمان لازم برای پیمودن نیمی از 42.3 دور چقدر است؟

$$\frac{1}{2}\Delta\theta = \frac{1}{2}\alpha t^2 + \omega_0 t$$

27- فضانوردی در دستگاه گریز از مرکز مورد آزمایش قرار می گیرد. شعاع دستگاه گریز از مرکز 10.4 m است و در آغاز مطابق رابطه $\theta=0.32t^2$ می چرخد ، که در آن اگر t بر حسب ثانیه باشد زاویه θ بر حسب رادیان به دست می آید. در t=5.6 s (الف) سرعت زاویه ای (ب) سرعت مماسی، (ج) شتاب مماسی و (د) شتاب شعاعی فضانورد چقدر است؟

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} = \frac{d}{dt}(0.32t^2)\Big|_{t=5.6s} = 2(0.32)(5.6) = 3.58 rad/s$$

$$v = r\omega = (10.4m)(3.58 rad/s) = 37.2 m/s$$

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d}{dt}(0.64t) = 0.64 rad/s^2$$

$$a_T = r\alpha = (10.4m)(0.64 rad/s^2) = 6.66 m/s$$

$$a_R = r\omega^2$$

31-چرخ لنگر یک ماشین بخار با سرعت زاویه ای ثابت 156rev/min می چرخد. اصطکاک و مقاومت هوا سبب می شود تا چرخ پس از 2.2h متوقف شود. (الف) شتاب زاویه ای چرخ لنگر بر حسب rev/min^2 چقدر است؟

$$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{0 - 156 rev/\min}{(2.2h)(60\,\min/\ h)} = rev/\min^{\ 2}$$

(ب) چرخ قبل از توقف چند دور می چرخد؟

$$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$$

(ج) شتاب خطی مماسی ذره ای در فاصله 52.4 cm از محور وقتی چرخ لنگر با سرعت 72.5rev/min می چرخد چقدر است؟

$$a_T = r\alpha$$

(د) مقدار شتاب خطی کل برای ذره مشخص شده در قسمت (ج) چقدر است؟

$$a_R = r\omega^2 \qquad a = \sqrt{a_T^{\ 2} + a_R^{\ 2}}$$

در پناه خدا باشید

$$\begin{cases} x = R\cos\omega t \\ y = R\sin\omega t \end{cases}$$

$$x^2 + y^2 = R^2(\cos^2\omega t + \sin^2\omega t)$$

$$\omega t = \theta$$

$$\begin{cases} v_x = \dfrac{dx}{dt} - R\omega\sin\omega t = -\omega y \\ v_y = \dfrac{dy}{dt} = R\omega\cos\omega t = \omega x \end{cases}$$

$$v = \sqrt{v_x^{\,2} + v_y^{\,2}} = \sqrt{R^2\omega^2(\sin^2\omega t + \cos^2\omega t)} = R\omega$$

$$tg\theta = \frac{v_y}{v_x} = -\frac{x}{y}$$

$$\begin{cases} a_x = \dfrac{dv_x}{dt} = -R\omega^2 \cos \omega t \\ a_y = \dfrac{dv_y}{dt} = -R\omega^2 \sin \omega t \end{cases}$$

$$a = \sqrt{a_x{}^2 + a_y{}^2} = \sqrt{R^2\omega^2(\sin^4 \omega t + \cos^2 \omega t)}$$

$$tg\theta = \frac{a_y}{a_x} = \frac{y}{x}$$